

# Optimiranje sastava smjese brašna za pecivo mase 500 g primjenom linearnog programiranja u MS Excelu

---

Đukić, Katarina

Master's thesis / Diplomski rad

2023

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **Josip Juraj Strossmayer University of Osijek, FACULTY OF FOOD TECHNOLOGY / Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Prehrambeno-tehnološki fakultet Osijek**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:109:163875>

Rights / Prava: [Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International](#)/[Imenovanje-Nekomercijalno-Dijeli pod istim uvjetima 4.0 međunarodna](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-02-07**

REPOZITORIJ

PTF OS

PREHRAMBENO-TEHNOLOŠKI FAKULTET OSIJEK

dabar  
DIGITALNI AKADEMSKI ARHIVI I REPOZITORIJ

Repository / Repozitorij:

[Repository of the Faculty of Food Technology Osijek](#)



**SVEUČILIŠTE JOSIPA JURJA STROSSMAYERA U OSIJEKU  
PREHRAMBENO-TEHNOLOŠKI FAKULTET OSIJEK**

**Katarina Đukić**

**OPTIMIRANJE SASTAVA SMJESE BRAŠNA ZA PECIVO  
MASE 500 g PRIMJENOM LINEARNOG PROGRAMIRANJA  
U MS EXCELU**

**DIPLOMSKI RAD**

**Osijek, rujan, 2023.**

TEMELJNA DOKUMENTACIJSKA KARTICA		
DIPLOMSKI RAD		
<b>Sveučilište Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku</b> <b>Prehrambeno-tehnološki fakultet Osijek</b> <b>Zavod za procesno inženjerstvo</b> <b>Katedra za modeliranje, optimiranje i automatizaciju</b> <b>Franje Kuhača 20, 31000 Osijek, Hrvatska</b>		
<b>Diplomski sveučilišni studij Procesno inženjerstvo</b>		
<b>Znanstveno područje:</b>	Biotehničke znanosti	
<b>Znanstveno polje:</b>	Prehrambena tehnologija	
<b>Nastavni predmet:</b>	Modeliranje operacija i procesa	
<b>Tema rada</b>	je prihvaćena na VII. redovitoj sjednici Fakultetskog vijeća Prehrambeno-tehnološkog fakulteta Osijek u akademskoj godini 2022./2023. održanoj 2. svibnja 2023. godine.	
<b>Mentor:</b>	prof. dr. sc. <i>Damir Magdić</i>	
<b>Pomoć pri izradi:</b>	-	
<b>Optimiranje sastava smjese brašna za pecivo mase 500 g primjenom linearnog programiranja u MS Excelu</b> <i>Katarina Đukić, 0113142988</i>		
<b>Sažetak:</b> U ovom diplomskom radu provedeno je optimiranje sastava smjese brašna za pecivo mase 500 g. Za optimizaciju sastava smjese u MS Excelu je izrađen matematički model koji pomoću programskog dodatka <i>Solver</i> linearnim programiranjem izračunava najskuplju ili najjeftiniju recepturu za pecivo mase 500 g. Matematički model mora zadovoljiti zadana ograničenja tj. minimalne i maksimalne zahtjeve pekarske industrije za pecivo mase 500 g. Provedene su različite simulacije receptura smjese brašna, a trošak za pripremu najjeftinije recepture iznosi 8129 €/50 t, a najskuplje 9340 €/50 t. Optimiranje omogućuje uštedu od 1211 €/50 t brašna za pecivo. Izrađeni matematički model omogućuje uštedu i proizvodnju namjenskog brašna za pojedine industrijske proizvode.		
<b>Ključne riječi:</b>	optimiranje, MS Excel, <i>Solver</i> , pšenično brašno, pecivo mase 500 g	
<b>Rad sadrži:</b>	39 stranica 14 slika 10 tablica 10 literaturnih referenci	
<b>Jezik izvornika:</b>	hrvatski	
<b>Sastav Povjerenstva za ocjenu i obranu diplomskog rada i diplomskog ispita:</b>		
1.	prof. dr. sc. <i>Tihomir Moslavac</i>	predsjednik
2.	prof. dr. sc. <i>Damir Magdić</i>	član-mentor
3.	dr. sc. <i>Danijela Horvat</i> , znan.savj. – tr.zv.	član
4.	prof. dr. sc. <i>Sandra Budžaki</i>	zamjena člana
<b>Datum obrane:</b>	29. rujan 2023.	
<b>Rad je u tiskanom i elektroničkom (pdf format) obliku pohranjen u</b> Knjižnici Prehrambeno-tehnološkog fakulteta Osijek, Franje Kuhača 20, Osijek.		

<b>BASIC DOCUMENTATION CARD</b>	
<b>GRADUATE THESIS</b>	
<b>University Josip Juraj Strossmayer in Osijek</b> <b>Faculty of Food Technology Osijek</b> <b>Department of Process Engineering</b> <b>Subdepartment of Modeling, Optimization and Automation</b> <b>Franje Kuhača 20, HR-31000 Osijek, Croatia</b>	
<b>Graduate program Food Engineering</b>	
<b>Scientific area:</b>	Biotechnical sciences
<b>Scientific field:</b>	Food technology
<b>Course title:</b>	Modeling of operations and processes
<b>Thesis subject</b>	was approved by the Faculty of Food Technology Osijek Council at its session VII. held on May, 2, 2023.
<b>Mentor:</b>	<i>Damir Magdić</i> , PhD, tenured prof.
<b>Technical assistance:</b>	-
<b>Optimization of the composition of the flour mixture for 500 g bun using linear programming in MS Excel</b> <i>Katarina Đukić, 0113142988</i>	
<b>Summary: (up to 200 words)</b>	
<p>In this master's thesis, the optimization of a blend composition of 500 g bread flour conducted. To optimize the blend composition, a mathematical model created in MS Excel, using the <i>Solver</i> add-in for linear programming. This model calculates the most expensive or least expensive recipe for a 500 g loaf of bread. The mathematical model must adhere to predefined constraints, i.e., the minimum and maximum requirements of the baking industry for a 500 g loaf of bread. Various simulations of flour blend recipes were performed, with the cost for preparing the least expensive recipe amounting to 8129 €/50 t and the most expensive recipe costing 9340 €/50 t of flour for bread. Optimization results in a cost saving of 1211 €/50 t of bread flour. The developed mathematical model provides cost savings and the production of specialized flour for specific industrial products.</p>	
<b>Key words:</b>	optimization, MS Excel, <i>Solver</i> , wheat flour, pastry mass 500 g
<b>Thesis contains:</b>	39 pages
	14 figures
	10 tables
	10 references
<b>Original in:</b>	Croatian
<b>Defense committee:</b>	
1.	<i>Tihomir Moslavac</i> , PhD, tenured prof. chair person
2.	<i>Damir Magdić</i> , PhD, tenured prof. supervisor
3.	<i>Danijela Horvat</i> , PhD, tenured sci. adv. member
4.	<i>Sandra Budžaki</i> , PhD, full prof. stand-in
<b>Defense date:</b>	September 29, 2023.
<b>Printed and electronic (pdf format) version of thesis is deposited in</b> Library of the Faculty of Food Technology Osijek, Franje Kuhača 20, Osijek.	

## Sadržaj

<b>1. UVOD</b> .....	<b>1</b>
<b>2. TEORIJSKI DIO</b> .....	<b>3</b>
<b>2.1. PŠENICA</b> .....	<b>4</b>
2.1.1. Kultivari pšenice .....	4
2.1.2. Proces mljevenja pšenice .....	5
<b>2.2. BRAŠNO I ZAHTJEVI PEKARSKE INDUSTRIJE</b> .....	<b>6</b>
2.2.1. Analize brašna .....	6
2.2.2. Zahtjevi pekarske industrije .....	8
<b>2.3. OPTIMIRANJE SASTAVA SMJESE</b> .....	<b>10</b>
2.3.1. Linearno programiranje .....	10
2.3.2. Simplex metoda .....	11
2.3.3. MS Excel .....	11
2.3.4. Alat za rješavanje ( <i>Solver</i> ) .....	12
2.3.5. Usporedba programa LINDO i dodatka <i>Solver</i> u MS Excelu .....	15
<b>3. EKSPERIMENTALNI DIO</b> .....	<b>17</b>
<b>3.1. ZADATAK</b> .....	<b>18</b>
<b>3.2. MATERIJALI I METODE</b> .....	<b>19</b>
3.2.1. Odabrani kultivari u modelu .....	19
<b>3.3. KREIRANJE MODELA U MS EXCELU</b> .....	<b>23</b>
3.3.1. Model funkcije cilja .....	23
3.3.2. Model ograničenja .....	23
3.3.3. Unošenje podataka u dodatak za optimiranje <i>Solver</i> .....	26
<b>4. REZULTATI I RASPRAVA</b> .....	<b>29</b>
<b>4.1. OPTIMIRANJE SASTAVA SMJESE BRAŠNA ZA PECIVO MASE 500 GRAMA</b> .....	<b>30</b>
<b>5. ZAKLJUČCI</b> .....	<b>35</b>
<b>6. LITERATURA</b> .....	<b>38</b>

---

## Popis oznaka, kratica i simbola

Oznake kultivara pšenice i njihov puni naziv

LU	Lucija
SA	Sana
FI	Ficko
BE	Bezostaja 1
RE	Renata
TE	Tena
OC	OS Crvenka
OS20	Osječka 20
OS	Osječanka
SL	Slavonija
ZI	Žitarka
DI	Divana

Kratice i njihovo značenje

MIN	Najmanja vrijednost u analiziranom skupu podataka
AVG	Prosječna vrijednost u analiziranom skupu podataka
MAX	Najveća vrijednost u analiziranom skupu podataka
KV	Koeficijent varijabilnosti u analiziranom skupu podataka
< AVG	Broj vrijednosti u skupu podataka koje su manje od prosječne
> AVG	Broj vrijednosti u skupu podataka koje su veće od prosječne
P	Postotni udio bjelančevina u brašnu (eng. <i>Protein content</i> ) (%)
SED	Sedimentacijska vrijednost (eng. <i>Sedimentation value</i> ) (mL)
WG	Vlažni gluten (eng. <i>Wet gluten</i> ) (%)
FN	Broj padanja (eng. <i>Faling number</i> ) (s)
WA	Upijanje vode (eng. <i>Water absorption</i> ) (%)
DDT	Vrijeme razvijanja tijesta (eng. <i>Dough development time</i> ) (min)
STAB	Stabilnost tijesta (eng. <i>Dough Stability</i> ) (min)
R	Otpor tijesta (eng. <i>Dough Resistance</i> ) (min)
DS	Stupanj omekšanja tijesta (eng. <i>Dough degree of softening</i> ) (FU)
E	Energija tijesta (eng. <i>Dough energy</i> ) (~cm <sup>2</sup> )
R5MIN	Otpor tijesta kroz 5 minuta (eng. <i>Dough resistance after 5min</i> ) (EU)
R Max	Maksimalni otpor (eng. <i>Dough resistance at curve maximum</i> ) (EU)
Ext	Rastezljivost tijesta (eng. <i>Dough extensibility</i> ) (mm)
R/Ext	Omjer otpora i rastezljivosti (eng. <i>Ratio resistance/Extensibility</i> )

---

---

## **1. UVOD**

---

Matematičko optimiranje je područje matematike koje se bavi pronalaženjem najboljih rješenja za različite probleme uz određena ograničenja. Cilj je pronaći optimalno rješenje koje minimizira ili maksimizira određenu funkciju cilja uz poštivanje ograničenja. Primjenjuje se u mnogim industrijama kad je potrebno donošenje odluke kako bi se iskoristili resursi na najbolji način. Također, pomaže tvrtkama i organizacijama učinkovito koristiti resurse tako da minimaliziraju ili maksimiziraju određene ciljeve uz minimalno trošenje resursa kao što su novac, energija, materijali i vrijeme.

Program Microsoft Excel ima ugrađene programske dodatke za matematičko optimiranje koji se koriste za rješavanje različitih problema uključujući linearno programiranje, nelinearno programiranje i ostale optimizacijske probleme. Jedan od takvih programskih dodataka je *Solver* koji se koristi za rješavanje linearnih optimizacijskih problema. Na primjer, koristi se za optimizaciju najskuplje ili najjeftinije recepture, plana proizvodnje ili raspodjelu resursa uzimajući u obzir ograničenja i ciljeve.

U ovom diplomskom radu razvijen je matematički model koji optimira sastav smjese brašna proizvedenog od 12 raspoloživih kultivara pšenice. Mijenjanjem količine kultivara u smjesi model nudi najjeftiniju ili najskuplju recepturu brašna. Farinografske, ekstenzografske i amilografske analize dobivene na Poljoprivrednom institutu Osijek i zahtjevi pekarske industrije za pecivo mase 500 g koriste se u modelu kao ograničenja koja je potrebno zadovoljiti kako bi model riješio zadatak.

Optimiranje sastava smjese primjenom linearnog programiranja pojednostavljuje programski dodatak u MS Excelu, *Solver*. Njegovom primjenom moguće je optimirati sastav smjese brašna kombiniranjem određenih kultivara koji zadovoljavaju zahtjeve tržišta za pecivo mase 500 grama.



---

## **2. TEORIJSKI DIO**

---

### 2.1. PŠENICA

Pšenica je biljka iz porodica trava, roda *Triticum*. Najrasprostranjenija je i najvažnija žitarica na svijetu. Svoj značaj pronalazi kao svjetski izvor hrane. Nezamjenjiva je u prehrani ljudi i osim što ima veliki agrotehnički značaj, ova biljka je od izvanredno velike ekonomske važnosti. (Kozumplik i sur., 2012). Danas su poznate brojne sorte pšenice. Stalnim nastojanjem pokušavaju se uzgojiti nove sorte s boljim prinosom, otporne na razne bolesti, prikladne za različite klimatske uvijete i vrstu tla. Raznim biološkim metodama nastoje se otkloniti loše karakteristike pojedine sorte. Međutim veliki utjecaj na prinos i kakvoću pšenice imaju klimatski uvjeti i sastav tla na kojemu raste. (Kljusurić, 2000)

#### 2.1.1. Kultivari pšenice

Ciljevi oplemenjivanja kultivara pšenice su stvaranje sorti visokog genetskog potencijala za urod zrna, visoke kakvoće zrna i brašna (Kozumplik i sur., 2012).

Kultivari pšenice od velikog značaja u Republici Hrvatskoj od 2015. godine su:

- Divana, hrvatski standard za kvalitetu (kultivar poboljšivač)
- Srpanjka, hrvatski standard za visinu prinosa i tad najzastupljenija sorta u proizvodnji na hrvatskim poljima (Jandrić, 2015)

Danas je umjesto Srpanjke vodeća sorta Poljoprivrednog instituta Osijek Kraljica, a nove sorte su Indira, Barba, Brko i Garavuša. (Poljoprivredni institut Osijek, 2023)

### 2.1.2. Proces mljevenja pšenice

Proces mljevenja pšenice uključuje odvajanje pšeničnog zrna na klice, mekinje i endosperm. Zrno se odvaja po veličini, obliku i težini. Nakon dovoza pšenice u silos provodi se uklanjanje nečistoća iz pšenice. Zatim se čista pšenična zrna transportiraju na daljnju obradu u spremnike za kondicioniranje gdje se pšenica natapa u vodi kako bi se kasnije iz nje lakše uklonile mekinje. Uz navedeno kondicioniranje osigurava i ravnomjeran sadržaj vlage u cijelom zrnu. Vlaga sprječava lomljenje mekinja tijekom procesa mljevenja. Kondicionirana i očišćena pšenica miješaju se kako bi se dobilo brašno prema zahtjevima industrije. Nakon mljevenja, dijelovi pšeničnog zrna (endosperm, klica i mekinje) odvajaju se pomoću valjaka koji se okreću različitim brzinama te cijepaju pšenično zrno. Zatim slijedi usitnjavanje pšenice, tzv. glodanje. Postupak mljevenja i prosijavanja najmanje se ponavlja jednom, a može se ponavljati više puta kako bi se postigao određeni stupanj čistoće i fine granulacije brašna. Broj ponavljanja postupka mljevenja i prosijavanja ovisi o željenoj kvaliteti i vrsti brašna koja se proizvodi, kao i o tehničkim karakteristikama mlina. Zadnji korak u procesu proizvodnje brašna je miješanje s aditivima i enzimima kako bi se proizvelo brašno koje će zadovoljiti zahtjeve industrije. Kvaliteta brašna ovisi o kvaliteti kultivara pšenice koja ide u mlin i dodacima koji brašnu mijenjaju svojstva.

## 2.2. BRAŠNO I ZAHTJEVI PEKARSKE INDUSTRIJE

Brašno za proizvodnju kruha i peciva dobiveno je mljevenjem mekih vrsta pšenice: *Triticum aestivum* i *Triticum compactum* (Kljusurić, 2000). Za proizvodnju peciva koristi se bijelo pšenično brašno (tip 550) i polubijelo pšenično brašno (tip 700 i tip 850).

### 2.2.1. Analize brašna

Podaci o svojstvima brašna, korišteni za razvoj matematičkih modela u ovome radu dobiveni su iz farinografskih, ekstenzografskih i amilografskih analiza na Poljoprivrednom institutu Osijek. Analizirano brašno proizvedeno iz različitih kultivara pšenice razlikuje se međusobno po sadržaju proteina, glutena, sedimentacijske vrijednosti i drugih pokazatelja kakvoće. Pokazatelji kakvoće prikazani su u **Tablicama 2 i 3**. Podaci o brašnu koji se mogu očitovati iz farinografa su: udio vlažnog glutena u brašnu, upijanja vode, vrijeme razvijanja tijesta, stabilnosti tijesta, otpora tijesta i stupanj omekšanja tijesta. Iz ekstenzografa se mogu očitovati podaci o rastezljivosti tijesta, otpora tijesta kroz 5 minuta, omjera otpora i rastezljivosti tijesta i energije tijesta, a iz amilograma maksimalni viskozitet. Otkupna cijena pšenice određuje se na temelju sadržaja proteina, hektolitarske mase i poznavanja sorti pšenice. (Španić, 2016)

Prema pravilniku o parametrima kvalitete i kvalitativnim klasama pšenice u otkupu pšenice 2018 godine po članku 2 pšenica prilikom otkupa mora biti zdrava, svojstvene boje i mirisa i bez prisutnosti živih štetnika. Odlučujući parametar kod konačnog razvrstavanja pšenice u kvalitativnu klasu je postotak proteina. (MP, 2018)

Pšenica se u skladu s parametrima kvalitete razvrstava u kvalitativne klase prikazane u **Tablici 1**.

**Tablica 1** Kvalitativne klase pšenice razvrstane prema parametrima kvalitete

Parametri kvalitete	Kvalitativne klase pšenice				
	Premium	I. Klasa	II. Klasa	III. Klasa	IV. Klasa
Proteini (%)	> 15	13,5 - 14,99	12,00 - 13,49	10,5 - 11,99	< 10,49
Hektolitar (kg/hl)	80	78	78	74	< 74
Vlaga (%)	13,5	13,5	13,5	13,5	13,5
Primjese (crna) (%)	< 2	< 2	< 2	< 2	< 2
Ukupna primjesa (%)	< 5	< 5	< 5	< 5	< 5

## 2. Teorijski dio

Ukupnih primjesa može biti najviše 5 %. od kojih bijelih primjesa (prokljalih zrna) može biti najviše 2 % i crnih primjesa najviše 2 %.

Otkup pšenice na otkupnom mjestu prema članku 3 navedenog pravilnika određuje da se kod obračuna vrijednosti za pšenicu izvršava obračun iste s jasno vidljivim i analiziranim parametrima na bazi utvrđenog suhog zrna vršeci korekciju u količini zaprimljene robe (npr. vlaga, kalo, primjesa, lom, hektolitarska masa) ili ugovorene cijene (npr. postotak proteina) (MP, 2018).

**Tablica 2** Indirektni parametri kakvoće i farinografske analize brašna

KULTIVARI PŠENICE		1	2	3	4	5	6	7	8
		P	WG	FN	WA	DDT	STAB	R	DS
1	LU	12,93	27,66	320,30	58,60	3,50	0,76	4,28	50,60
2	SA	12,81	28,38	259,90	57,04	2,20	0,91	3,11	101,10
3	FI	14,07	30,60	276,90	60,04	4,55	1,63	6,17	67,80
4	BE	14,21	33,43	266,30	58,25	3,04	1,67	4,74	53,90
5	RE	14,06	30,38	380,20	58,17	2,86	2,90	5,74	47,90
6	TE	15,20	35,24	291,50	63,78	4,12	1,34	5,46	66,40
7	OC	14,70	35,24	364,60	60,49	4,57	1,60	6,17	58,30
8	OS20	13,70	34,53	347,40	60,59	2,32	0,43	2,76	95,40
9	OS	14,50	36,44	323,70	63,31	2,47	0,91	3,38	87,00
10	SL	13,55	32,72	345,90	60,67	2,69	1,13	3,81	74,20
11	ZI	13,84	34,69	337,60	62,51	2,78	0,93	3,71	80,70
12	DI	16,44	34,91	313,90	61,03	10,31	4,02	14,31	18,30

**Tablica 3** Ekstenzografska analize i tržišna vrijednost brašna

KULTIVARI PŠENICE		9	10	11	12	13	14	CIJENA (€/kg)
		EXT	R5MIN	R/EXT	RMAX	E	VISK	
1	LU	153,20	323,30	2,18	502,80	98,20	541,79	0,15
2	SA	150,00	166,20	1,15	204,50	42,90	439,62	0,15
3	FI	142,20	181,30	1,29	238,60	46,60	468,38	0,17
4	BE	144,70	303,00	2,12	428,90	80,50	450,45	0,17
5	RE	156,40	323,70	2,17	496,10	98,80	643,11	0,17
6	TE	158,00	219,10	1,41	311,90	65,60	493,07	0,19
7	OC	152,60	257,00	1,73	356,10	71,60	616,72	0,19
8	OS20	136,30	123,70	0,93	132,00	26,70	587,63	0,16
9	OS	152,10	139,30	0,93	164,70	36,20	547,54	0,19
10	SL	153,20	219,60	1,48	284,40	58,60	585,09	0,16
11	ZI	151,60	198,60	1,33	256,30	54,60	571,05	0,16
12	DI	180,40	298,00	1,66	488,30	114,90	530,96	0,19

### 2.2.2. Zahtjevi pekarske industrije

Zahtjevi pekarske industrije za brašno za proizvodnju peciva mase 500 g prikazani u **Tablici 4** korišteni su kao ograničenja u matematičkim modelima. Ako su zadovoljena sva ograničenja matematički model izračunava količinu pojedinog kultivara pšenice koju treba dodati u smjesu. Povećanjem broja zahtjeva prema svojstvima brašna povećava se i broj ograničenja, a smanjuje se skup dopustivih rješenja. U predložene matematičke modele u ovom radu uvršteno je 14 zahtjeva pekarske industrije (**Tablica 4**): udio proteina u brašnu, udio vlažnog glutena u brašnu, udio upijanja vode, vrijeme potrebno za razvoj, stabilnost i otpor tijesta, stupanj omekšanja tijesta, rastezljivost tijesta, otpornost tijesta nakon 5 min, omjer otpora i rastezljivosti tijesta, maksimalni otpor tijesta, energija tijesta, padajući broj i maksimalni viskozitet.

**Tablica 4** Prikaz zahtjeva pekarske industrije brašna za pecivo od 500 g

R.br.	Svojstva brašna	Oznaka	Minimalni zahtjev	Maksimalni zahtjev
-------	-----------------	--------	-------------------	--------------------

## 2. Teorijski dio

---

1	UDIO BJELANČEVINA (%)	P	14	15
2	VLAŽNI GLUTEN (%)	WG	20	35
3	UPIJANJE VODE (%)	WA	50	65
4	RAZVOJ TIJESTA (min)	DDT	0	4,5
5	STABILNOST (min)	STAB	0	1,6
6	OTPOR (min)	R	0	6
7	STUPANJ OMEKŠANJA (FJ)	DS	60	90
8	RASTEZLJIVOST (min)	EXT	150	170
9	OTPOR 5MIN (EJ)	R5MIN	0	240
10	O/R	R/EXT	1,4	1,7
11	MAX OTPOR (EJ)	RMAX	300	420
12	ENERGIJA (cm <sup>2</sup> )	E	60	85
13	PADAJUĆI BROJ (s)	FN	0	330
14	MAX VISKOZITET (EJ)	VISK	320	700

---

---

## 2.3. OPTIMIRANJE SASTAVA SMJESE

### 2.3.1. Linearno programiranje

Linearno programiranje primjenjuje se za optimiranje prijevoza robe, plana proizvodnje, jelovnika, sastava smjese sirovine i dr. Rješavanje zadatka različitih modela proizvodnje kojim se linearne jednadžbe i nejednadžbe rješavaju linearnim programiranjem. Linearno programiranje koristi se za određivanje skupa dopustivih rješenja te minimalne i/ili maksimalne vrijednosti funkcije. Model linearnog programiranja sastoji se od modela ograničenja i modela funkcije cilja. (Magdić, 2020)

Struktura modela linearnog programiranja:

Model funkcije cilja

$$F_C = C_1 \cdot x_1 + C_2 \cdot x_2 + \dots + C_N \cdot x_N \text{ (MIN ili MAX)}$$

Model ograničenja

$$A_{i,1} \cdot x_1 + A_{i,2} \cdot x_2 + \dots + A_{i,N} \cdot x_N \leq B_i$$

$$A_{j,1} \cdot x_1 + A_{j,2} \cdot x_2 + \dots + A_{j,N} \cdot x_N = B_j$$

$$A_{k,1} \cdot x_1 + A_{k,2} \cdot x_2 + \dots + A_{k,N} \cdot x_N \geq B_k$$

$$x_i \geq 0$$

$C_N$  = jedinična cijena (npr.) sirovine

$x_N$  = količina sirovine

$i, j, k$  = broj ograničenja

$N$  = broj varijabli

$A$  = izmjerena ili izračunata vrijednost pojedinog svojstva sirovine (rastezljivost, otpor, energija..)

$B$  = zadana ciljana vrijednost



Uz tablično izračunavanje primjenom Simplex tablica, može se koristiti i grafički način rješavanja. Cilj je, ucrtavanjem pravaca koji predstavljaju ograničenja i funkciju cilja, odrediti optimalno rješenje (minimum ili maksimum funkcije cilja) no ukoliko imamo više varijabli i više ograničenja rješenje je moguće dobiti jedino Simplex metodom. Razlog tome je što s porastom broja varijabli raste i broj dimenzija skupa dopustivih rješenja. (Lukačević, 2019)

S obzirom na velik broj varijabli koje opisuju 12 kultivara pšenice koji se dodaju u različitim omjerima u smjesu i 14 ograničenja koja opisuju zahtjeve pekarske industrije, rješenje zadatka moguće je dobiti jedino Simplex metodom.

### 2.3.2. Simplex metoda

Rješavanje zadataka optimiranja sastava smjese u praksi i znanosti moguće je njihovim prevođenjem na matematički oblik. Prevođenje na matematički oblik sastoji se u određivanju ekstrema neke funkcije uz zadana ograničenja. Ekstrem funkcije je minimalna ili maksimalna vrijednost funkcije s određenim značenjem poput profita, troškova i dr. Ograničenja predstavljaju tehnološke, tržišne i druge uvjete za zadani zadatak. (Neralić, 2003)

Simplex metoda je iterativna metoda koja rješava zadatke linearnim programiranjem, a provodi niz koraka (iteracija) do optimalnog rješenja. (Neralić, 2003)

Optimalno rješenje zadatka sadrži u sebi količinu pojedinih kultivara pšenice koje je potrebno dodati u smjesu i minimalnu ili maksimalnu vrijednost funkcije cilja, ovisno o tome koja je tražena u zadatku.

Tijekom iterativnog postupka izračunavanja rješenja postavljenog zadatka izračunava se neko bazično moguće rješenje. Za svako pojedino moguće rješenje, na temelju kriterija optimalnosti, ispita se je li to rješenje optimalno. Ukoliko jest, postupak je gotov. Ako nije, simplex metoda pronalazi novo bazično rješenje u kojoj funkcija cilja poprima sljedeću moguću vrijednost i provjerava je li ona optimalna. Postupak se ponavlja dok se ne dobije optimalno rješenje. (Neralić, 2003)

### 2.3.3. MS Excel

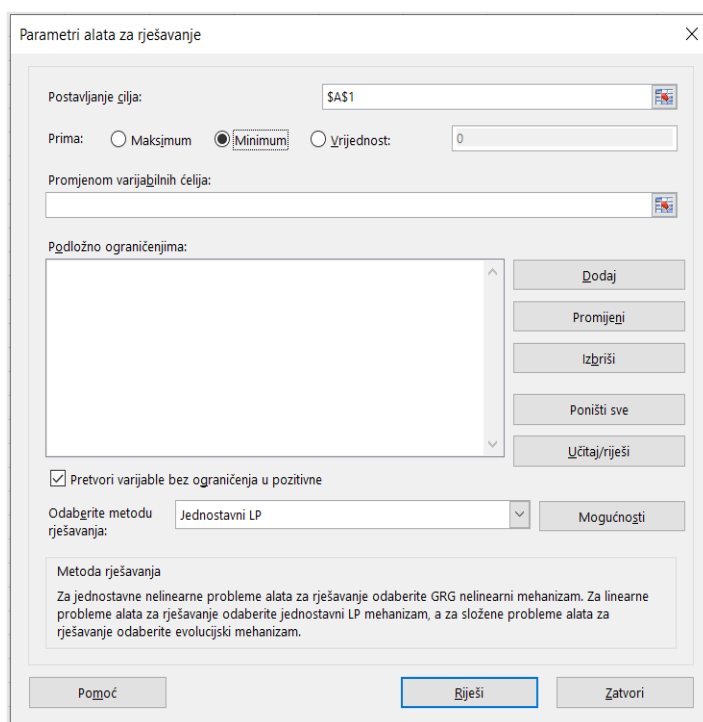
Microsoft Excel jedan je od najpopularnijih programa za tablično računanje. Program je integriran u sustav Microsoft Office, a prvi put je plasiran 1982. godine pod nazivom Multiplan. Služi za organiziranje, računanje i analiziranje podataka te izradu jednostavnijih baza podataka. Osnovna datoteka MS Excela je radna knjiga koja se sastoji od ćelija. Ćelije su osnova za upis podataka i formula. Uz primarne funkcije, MS Excel sadrži dodatke koji se

mogu naknadno dodati i koristiti u radu. Jedan od takvih dodataka je Alat za rješavanje (eng. *Solver*). (Rendulić, 2020)

### 2.3.4. Alat za rješavanje (*Solver*)

Alat za rješavanje (*Solver*) rješava zadatke linearnim programiranjem. Sastoji se od ćelije cilja koja ovisi o ćelijama ograničenja te ćelijama varijabli. Ćelije varijable koriste se za izračunavanje formula u ćelijama cilja i ćelijama ograničenja. Program *Solver* koristi se za određivanje maksimalne ili minimalne vrijednosti jedne ćelije mijenjanjem drugih ćelija.

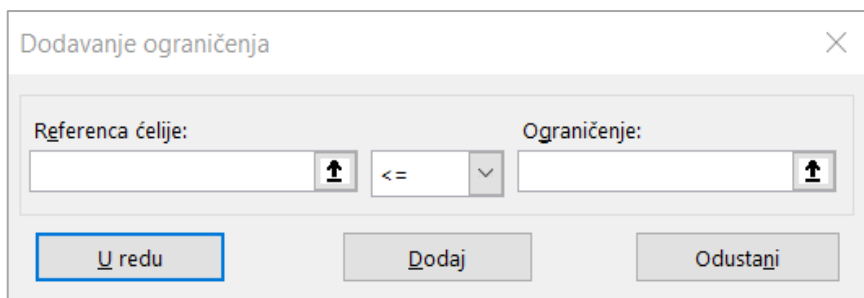
Alat se dodaje tako da se u izborniku Datoteka, izaberu Mogućnosti te se u prozoru Mogućnosti programa Excel odabere kategorija Dodaci u kojoj se nalazi Alat za rješavanje. Dodani program se nakon toga nalazi se u izborniku Podaci.



**Slika 4** Prozor Alata za rješavanje (*Solver*)

Nakon unesenih podataka klikom na Alat za rješavanje otvara se prozor (**Slika 4**) sa raznim mogućnostima. Potrebno je označiti ćeliju funkcije cilja u Postavljanje cilja, označiti tražimo li minimum, maksimum ili određenu vrijednost funkcije te odabrati ćelije varijabli.

Slijedi postavljanje ograničenja odabirom ikone dodaj pri čemu se otvara prozor kao na **Slici 5**.



**Slika 5** Prikaz korisničkog sučelja za dodavanje ograničenja

U polje referenca ćelije odabiremo varijablu odluke (npr. A1 ili A1:A3) koju ograničavamo pomoću matematičkih simbola (<=, >=, =, bin, int i dif). Binarno rješenje (bin = eng. *binary*) uvjetuje da broj mora biti cjelobrojan (int = eng. *integer*) i mora biti ili 0 ili 1. Koristi se za predstavljanje odluke "ima/nema" npr. hoće li pojedinog kultivara biti u smjesi ili ne. *Integer constraints* (int) koristi se kad su potrebna cjelobrojna rješenja. Primjerice broj ljudi, kamiona i sl. *All different* (dif) zahtjeva da su ćelije npr. A1:A3 cijeli brojevi koji se međusobno razlikuju, tj. u rješenju ne smiju biti dvije jednake vrijednosti. Mijenja se poredak brojeva u nizu odnosno dolazi do permutacije cijelih brojeva (1,2,3 ili 1,3,2). Stoga se može koristiti za modeliranje problema koji uključuju redosljed izbora.

Nakon dodanih varijabli, odluka i ograničenja za primjenu simplex metode potrebno je odabrati Jednostavni LP (jednostavno linearno programiranje) kao metodu rješavanja. (**Slika 6**)

**Slika 6** Prikaz unosa podataka u Alat za rješavanje

Nakon unosa svih podataka, ukoliko su ograničenja i uvjeti optimiranja zadovoljeni, Alat za rješavanje daje rješenje i nudi mogućnost odabira izvješća u obliku odgovora, osjetljivosti i ograničenja. (**Slika 7**)

**Slika 7** Prikaz prozora “Rezultati alata za rješavanje”

### 2.3.5. Usporedba programa LINDO i dodatka Solver u MS Excelu

Osim dodatka Solver u MS Excelu često korišteni program za linearno programiranje je LINDO. LINDO (**Slika 7a**) se sastoji od alatne trake i praznog prozora za upisivanje formula funkcije cilja i ograničenja dok u Excel-u formule čine odabrane ćelije koje su upisane u željenu ćeliju. Jednostavnost samog programa može se svesti na 3 naredbe: MIN/MAX, SUBJECT TO i END. Prije upisivanja funkcije cilja (FC) potrebno je odrediti traži li se minimum ili maksimum funkcije oznakama MIN ili MAX, SUBJECT TO služi za upisivanje ograničenja funkcije i END označava kraj zadanih podataka za optimiranje. Radi lakšeg snalaženja u prozoru sa zadanim podacima postoji mogućnost dodavanja komentara. Ispred komentara potrebno je upisati sljedeću oznaku (!). Odabirom na ikonu mete na alatnoj traci program rješava zadatak, a rješenje prikazuje u novom prozoru. (**Slika 7b**) Program LINDO omogućava jednostavno i lako rješavanje zadataka optimiranja koristeći se navedenim naredbama. Program Excel ipak osim linearnog programiranja dodatkom Solver nudi i druge brojne mogućnosti kao što je provjera ograničenja i prikaz točnog ograničenja koje nije zadovoljeno ukoliko nema rješenja te različite opcije uređivanja modela radi lakšeg snalaženja. Stoga, oba programa su odlična za rješavanje zadataka optimiranja samo je pitanje osobnog odabira. Jednostavnost u LINDO ili ljepota složenosti u MS Excel-u.

```

LINDO - [untitled]
File Edit Solve Reports Window Help
MIN 0.15 LU + 0.15 SA + 0.17 FI + 0.17 BE + 0.17 RE + 0.19 TE + 0.19 OC + 0.16 OS20 + 0.19 OS + 0.16 SL + 0.16 ZI + 0.19 DI
SUBJECT TO
! Obvezne minimalne količine u smjesi (min 1t)
LU_min      LU >= 1
SA_min      SA >= 1
FI_min      FI >= 1
BE_min      BE >= 1
RE_min      RE >= 1
TE_min      TE >= 1
OC_min      OC >= 1
OS20_min    OS20 >= 1
OS_min      OS >= 1
SL_min      SL >= 1
ZI_min      ZI >= 1
DI_min      DI >= 1

T_BRASNA    LU + SA + FI + BE + RE + TE + OC + OS20 + OS + SL + ZI + DI = 50

P_min       12.93LU+ 12.81SA+ 14.07FI+ 14.21BE+ 14.06RE+ 15.2TE+ 14.7OC+ 13.7OS20+ 14.5OS+ 13.55SL+ 13.84ZI+ 16.44DI>=14

WG_min      27.658LU+ 28.3835SA+ 30.595FI+ 33.43BE+ 30.38RE+ 35.239TE+ 35.237OC+ 34.525OS20+ 36.443OS+ 32.724SL+ 34.685ZI+ 34.907DI>=20

WA_min      58.6LU+ 57.04SA+ 60.04FI+ 58.25BE+ 58.17RE+ 63.78TE+ 60.49OC+ 60.59OS20+ 63.31OS+ 60.67SL+ 62.51ZI+ 61.03DI>=0

DDT_min     3.5LU+ 2.2SA+ 4.55FI+ 3.04BE+ 2.86RE+ 4.12TE+ 4.57OC+ 2.32OS20+ 2.47OS+ 2.69SL+ 2.78ZI+ 10.31DI>=50

STAB_min    0.76LU+ 0.91SA+ 1.63FI+ 1.67BE+ 2.9RE+ 1.34TE+ 1.8OC+ 0.43OS20+ 0.91OS+ 1.13SL+ 0.93ZI+ 4.02DI>=0

R_min       4.28LU+ 3.11SA+ 6.17FI+ 4.74BE+ 5.74RE+ 5.45TE+ 6.17OC+ 2.76OS20+ 3.38OS+ 3.81SL+ 3.71ZI+ 14.31DI>=0

DS_min      50.6LU+ 101.1SA+ 67.8FI+ 53.9BE+ 47.9RE+ 66.4TE+ 58.3OC+ 95.4OS20+ 87OS+ 74.2SL+ 80.7ZI+ 18.3DI>=80

EXT_min     153.2LU+ 150SA+ 142.2FI+ 144.7BE+ 156.4RE+ 158TE+ 152.6OC+ 136.3OS20+ 152.1OS+ 153.2SL+ 151.6ZI+ 180.4DI>=150

R5_min      323.3LU+ 166.2SA+ 181.3FI+ 303BE+ 323.7RE+ 219.1TE+ 257OC+ 123.7OS20+ 139.3OS+ 219.6SL+ 198.6ZI+ 298DI>=0

REXT_min    2.18LU+ 1.15SA+ 1.29FI+ 2.12BE+ 2.17RE+ 1.41TE+ 1.73OC+ 0.93OS20+ 0.93OS+ 1.48SL+ 1.33ZI+ 1.66DI>=1.4

RMAX_min    502.8LU+ 204.5SA+ 238.6FI+ 428.9BE+ 496.1RE+ 311.9TE+ 356.1OC+ 132OS20+ 164.7OS+ 284.4SL+ 256.3ZI+ 488.3DI>=300

E_min       98.2LU+ 42.9SA+ 46.6FI+ 80.5BE+ 98.8RE+ 65.6TE+ 71.6OC+ 26.7OS20+ 36.2OS+ 58.6SL+ 54.6ZI+ 114.9DI>=80

FNo_min     320.3LU+ 259.9SA+ 276.9FI+ 266.3BE+ 380.2RE+ 291.5TE+ 364.6OC+ 347.4OS20+ 323.7OS+ 345.9SL+ 337.6ZI+ 313.9DI>=260

VISK_min    541.79LU+ 439.62SA+ 498.38FI+ 450.45BE+ 643.11RE+ 493.07TE+ 616.72OC+ 587.63OS20+ 547.54OS+ 585.09SL+ 571.05ZI+ 530.96DI>=320

END!

```

Slika 7a Ekranski prikaz unosa podataka u program LINDO

## 2. Teorijski dio

The screenshot shows the LINDO software interface. The main window displays the following problem:

MIN 0.15 LU + 0.15 SA + 0.17 FI + 0.17 BE + 0.17 RE + 0.19 TE + 0.19 OC + 0.16 OS20 + 0.19 OS + 0.16 SL + 0.16 ZI + 0.19 DI

SUBJECT TO

1) Obvezne minimalne količine u smjesi (min 1 t)

LU\_min LU >= 1  
 SA\_min SA >= 1  
 FI\_min FI >= 1  
 BE\_min BE >= 1  
 RE\_min RE >= 1  
 TE\_min TE >= 1  
 OC\_min OC >= 1  
 OS20\_min OS20 >= 1  
 OS\_min OS >= 1  
 SL\_min SL >= 1  
 ZI\_min ZI >= 1  
 DI\_min DI >= 1

T\_BRASNA) LU + SA + FI + BE + RE + TE + OC + OS20 + OS + SL + ZI + DI = 50

P\_min) 12.93LU + 12.81SA + 14.07FI + 14.21BE + 14.06RE + 15.27TE + 14.70OC + 13.70OS20 + 14.50OS + 13.55SL + 13.84ZI + 16.44DI = 14

WG\_min) 27.65LU + 28.3835SA + 30.595FI + 33.43BE + 30.38RE + 35.237TE + 35.237OC + 34.5205OS20 + 36.443OS + 32.724SL + 34.665ZI + 34.907DI = 20

WA\_min) 58.6LU + 57.04SA + 60.04FI + 58.25BE + 58.17RE + 63.78TE + 60.49OC + 60.5905OS20 + 63.3105OS + 60.67SL + 62.51ZI + 61.03DI = 0

DDT\_min) 3.5LU + 2.25SA + 4.55FI + 3.04BE + 2.86RE + 4.12TE + 4.57OC + 2.3205OS20 + 2.47OS + 2.69SL + 2.78ZI + 10.31DI = 50

STAB\_min) 0.78LU + 0.91SA + 1.63FI + 1.67BE + 2.9RE + 1.34TE + 1.6OC + 0.4305OS20 + 0.91OS + 1.13SL + 0.93ZI + 4.02DI = 0

R\_min) 4.28LU + 3.11SA + 6.17FI + 4.74BE + 5.74RE + 5.46TE + 6.17OC + 2.7805OS20 + 3.38OS + 3.81SL + 3.71ZI + 14.31DI = 0

DS\_min) 50.6LU + 101.15SA + 67.8FI + 53.98BE + 47.9RE + 66.4TE + 58.3OC + 95.405OS20 + 87OS + 74.25SL + 80.7ZI + 18.3DI = 60

EXT\_min) 153.2LU + 150SA + 142.2FI + 144.7BE + 156.4RE + 158TE + 152.8OC + 136.305OS20 + 152.105OS + 153.25SL + 151.6ZI + 180.4DI = 150

RS\_min) 123.3LU + 186.25SA + 181.3FI + 303BE + 323.7RE + 219.1TE + 257OC + 123.705OS20 + 139.305OS + 219.65SL + 186.6ZI + 298DI = 0

REXT\_min) 2.16LU + 1.15SA + 1.29FI + 2.12BE + 2.17RE + 1.41TE + 1.73OC + 0.9305OS20 + 0.93OS + 1.48SL + 1.33ZI + 1.66DI = 1.4

RMAX\_min) 502.8LU + 204.55SA + 238.6FI + 428.98BE + 496.1RE + 311.9TE + 356.1OC + 13205OS20 + 164.705OS + 284.45SL + 256.3ZI + 488.3DI = 300

E\_min) 98.2LU + 42.9SA + 46.6FI + 80.5BE + 98.8RE + 65.6TE + 71.6OC + 26.705OS20 + 36.205OS + 58.65SL + 54.6ZI + 114.9DI = 60

FNO\_min) 320.3LU + 259.9SA + 276.9FI + 266.3BE + 380.2RE + 291.5TE + 364.6OC + 347.405OS20 + 323.705OS + 345.9SL + 337.6ZI + 313.9DI = 280

VISK\_min) 541.79LU + 439.625SA + 468.38FI + 450.45BE + 643.11RE + 493.07TE + 616.72OC + 587.6305OS20 + 547.5405OS + 585.09SL + 571.05ZI + 630.96DI = 320

END

The Reports Window shows the following results:

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 7.750000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
LU	39.000000	0.000000
SA	1.000000	0.000000
FI	1.000000	0.000000
BE	1.000000	0.000000
RE	1.000000	0.000000
TE	1.000000	0.000000
OC	1.000000	0.000000
OS20	1.000000	0.000000
OS	1.000000	0.000000
SL	1.000000	0.000000
ZI	1.000000	0.000000
DI	1.000000	0.000000

ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
LU_MIN	38.000000	0.000000
SA_MIN	0.000000	0.000000
FI_MIN	0.000000	-0.020000
BE_MIN	0.000000	-0.020000
RE_MIN	0.000000	-0.020000
TE_MIN	0.000000	-0.040000
OC_MIN	0.000000	-0.040000
OS20_MIN	0.000000	-0.010000
OS_MIN	0.000000	-0.040000
SL_MIN	0.000000	-0.010000
ZI_MIN	0.000000	-0.010000
DI_MIN	0.000000	-0.040000
T_BRASNA)	0.000000	-1.150000
P_MIN)	647.349976	0.000000
WG_MIN)	1425.211571	0.000000
WA_MIN)	2951.280529	0.000000
DDT_MIN)	128.410004	0.000000
STAB_MIN)	47.110001	0.000000
R_MIN)	226.279999	0.000000
DS_MIN)	2664.399962	0.000000
EXT_MIN)	7502.259995	0.000000
RS_MIN)	15038.200195	0.000000
REXT_MIN)	99.820000	0.000000
RMAX_MIN)	22871.000000	0.000000
E_MIN)	4466.799805	0.000000
FNO_MIN)	15739.599609	0.000000
VISK_MIN)	26743.429688	0.000000

NO. ITERATIONS= 0

Slika 7b Ekranški prikaz dobivenih rezultata u programu LINDO

---

### **3. EKSPERIMENTALNI DIO**

---

#### 3.1. ZADATAK

Zadatak je izraditi u MS Excelu model za optimiranje sastava smjese brašna proizvedenog od 12 raspoloživih kultivara pšenice širokog raspona kakvoće. Model treba izraditi metodom linearnog programiranja na temelju Simplex algoritma. Smjesa svojim sastavom treba zadovoljiti najniže i najviše zahtijevane vrijednosti pojedinih parametara za industrijsku proizvodnju peciva mase 500 g. Cilj rada je izrađeni model primijeniti na različite sastave brašna te odrediti količine brašna od pojedinih kultivara potrebne za pripravu 50 t smjese prema strogim zahtjevima proizvođača peciva. Konačna rješenja trebaju omogućiti izbor najjeftinije i najskuplje recepture, koje zadovoljavaju postavljena ograničenja.



## 3.2. MATERIJALI I METODE

### 3.2.1. Odabrani kultivari u modelu

Izabrano je 12 kultivara pšenice za izradu modela. Izabrani kultivari se razlikuju po cijeni, sastavu proteina, upijanju vode, stabilnosti i dr. svojstvima. Odabrani kultivari velikog udjela proteina su Tena i Osječka Crvenka. Kultivar Divana zbog velikog udjela proteina od 16,44 % koristi se u izrađenom modelu kao poboljšivač smjese brašna. Dodaje se u manjim količinama kako bi se nadoknadio nedostatak proteina u smjesi. Odabrani kultivari srednjeg udjela proteina su Osječanka, Bezostaja 1, Ficko i Renata. Kultivari niskog udjela proteina su Žitarka, Osječanka 20, Slavonija, Lucija i Sana. S obzirom na cijenu odabrani kultivari niže cijene su Lucija i Sana te Slavonija, Žitarka i Osječka 20. Kultivari srednje cijene su Ficko, Bezostaja 1 i Renata. Preostaju kultivari visoke cijene gdje se ističe kultivar Divana i sa njom Osječanka, OS Crvenka i Tena.

Odabranih 12 kultivara za izradu modela linearnog programiranja u modelu za izračun sastava i cjeline smjese brašna prikazani su u **Tablici 5**. Kultivari su odabrani po različitim tržišnim vrijednostima i svojstvima. Kultivar Divana koristi se kao poboljšivač u smjesi.

**Tablica 5** Odabrani kultivari pšenice i njihov puni naziv

1	LU	Lucija
2	SA	Sana
3	FI	Ficko
4	BE	Bezostaja 1
5	RE	Renata
6	TE	Tena
7	OC	OS Crvenka
8	OS20	Osječka 20
9	OS	Osječanka
10	SL	Slavonija
11	ZI	Žitarka
12	DI	Divana

### 3. Eksperimentalni dio

Podaci o svojstvima brašna pojedinih kultivara dobiveni su farinografskom, amilografskom i ekstenzografskom analizom brašna na Poljoprivrednom institutu Osijek. Izmjerene vrijednosti svojstava brašna prikazane su u **Tablici 6a** i **6d** i korištene su za izradu matematičkih modela koji je prikazan na **Slici 8**. **Tablica 6b** prikazuje rezultate statističke analize indirektnih parametara kakvoće i farinografsku analizu brašna, a **Tablica 6d** rezultate statističke analize ekstenzografske i amilografske analize brašna te tržišnu vrijednost brašna.

**Tablica 6a** Izmjerene vrijednosti indirektnih parametara kakvoće i farinografske analize brašna

		1	2	3	4	5	6	7	8
		P	WG	FN	WA	DDT	STAB	R	DS
1	LU	12,93	27,66	320,30	58,60	3,50	0,76	4,28	50,60
2	SA	12,81	28,38	259,90	57,04	2,20	0,91	3,11	101,10
3	FI	14,07	30,60	276,90	60,04	4,55	1,63	6,17	67,80
4	BE	14,21	33,43	266,30	58,25	3,04	1,67	4,74	53,90
5	RE	14,06	30,38	380,20	58,17	2,86	2,90	5,74	47,90
6	TE	15,20	35,24	291,50	63,78	4,12	1,34	5,46	66,40
7	OC	14,70	35,24	364,60	60,49	4,57	1,60	6,17	58,30
8	OS20	13,70	34,53	347,40	60,59	2,32	0,43	2,76	95,40
9	OS	14,50	36,44	323,70	63,31	2,47	0,91	3,38	87,00
10	SL	13,55	32,72	345,90	60,67	2,69	1,13	3,81	74,20
11	ZI	13,84	34,69	337,60	62,51	2,78	0,93	3,71	80,70
12	DI	16,44	34,91	313,90	61,03	10,31	4,02	14,31	18,30

**Tablica 6b** Rezultati statističke analiza indirektnih parametara kakvoće i farinografske analize brašna

	1	2	3	4	5	6	7	8
	P	WG	FN	WA	DDT	STAB	R	DS
MIN	12,81	27,66	259,90	57,04	2,20	0,43	2,76	18,30
AVG	14,17	32,85	319,02	60,37	3,78	1,52	5,30	66,80
MAX	16,44	36,44	380,20	63,78	10,31	4,02	14,31	101,10
KV	6,97	8,86	12,16	3,50	58,54	66,53	57,96	34,56
< AVG	7	5	5	5	8	7	7	6
> AVG	5	7	7	7	4	5	5	6

### 3. Eksperimentalni dio

**Tablica 6c** Izmjerene vrijednosti ekstenzografske i amilografske analize brašna i tržišna vrijednost

		<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	
		<b>EXT</b>	<b>R5MIN</b>	<b>R/EXT</b>	<b>RMAX</b>	<b>E</b>	<b>FN</b>	<b>VISK</b>	<b>CIJENA (€/kg)</b>
1	LU	153,20	323,30	2,18	502,80	98,20	320,30	541,79	0,15
2	SA	150,00	166,20	1,15	204,50	42,90	259,90	439,62	0,15
3	FI	142,20	181,30	1,29	238,60	46,60	276,90	468,38	0,17
4	BE	144,70	303,00	2,12	428,90	80,50	266,30	450,45	0,17
5	RE	156,40	323,70	2,17	496,10	98,80	380,20	643,11	0,17
6	TE	158,00	219,10	1,41	311,90	65,60	291,50	493,07	0,19
7	OC	152,60	257,00	1,73	356,10	71,60	364,60	616,72	0,19
8	OS20	136,30	123,70	0,93	132,00	26,70	347,40	587,63	0,16
9	OS	152,10	139,30	0,93	164,70	36,20	323,70	547,54	0,19
10	SL	153,20	219,60	1,48	284,40	58,60	345,90	585,09	0,16
11	ZI	151,60	198,60	1,33	256,30	54,60	337,60	571,05	0,16
12	DI	180,40	298,00	1,66	488,30	114,90	313,90	530,96	0,19

**Tablica 6d** Rezultati statistička analiza ekstenzografske i amilografske analize brašna i tržišne vrijednosti brašna

	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	
	<b>EXT</b>	<b>R5MIN</b>	<b>R/EXT</b>	<b>RMAX</b>	<b>E</b>	<b>FN</b>	<b>VISK</b>	<b>CIJENA (€/kg)</b>
MIN	136,30	123,70	0,93	132,00	26,70	259,90	439,62	0,15
AVG	152,56	229,40	1,53	322,05	66,27	319,02	539,62	0,17
MAX	180,40	323,70	2,18	502,80	114,90	380,20	643,11	0,19
KV	7,02	30,92	29,30	40,88	41,38	12,16	12,16	9,07
< AVG	6	7	7	7	7	5	5	6
> AVG	6	5	5	5	5	7	7	6

### 3. Eksperimentalni dio

**Slika 8** prikazuje tablicu u MS Excelu izmjerenih parametara brašna pojedinih kultivara pšenice i zahtjeve pekarske industrije za masu 500 g peciva. Navedeni podaci predstavljaju ograničenja modela koja se unose u Dodatak Solver.

CIJENA (€/kg)	0,15	0,15	0,17	0,17	0,17	0,19	0,19	0,16	0,19	0,16	0,16	0,19		
	LU	SA	FI	BE	RE	TE	OC	OS20	OS	SL	ZI	DI		
P_min)	12,93	12,81	14,07	14,21	14,06	15,20	14,70	13,70	14,50	13,55	13,84	16,44	>=	14
P_max)	12,93	12,81	14,07	14,21	14,06	15,20	14,70	13,70	14,50	13,55	13,84	16,44	<=	15
WG_min)	27,66	28,38	30,60	33,43	30,38	35,24	35,24	34,53	36,44	32,72	34,69	34,91	>=	20
WG_max)	27,66	28,38	30,60	33,43	30,38	35,24	35,24	34,53	36,44	32,72	34,69	34,91	<=	35
FN_min)	320,30	259,90	276,90	266,30	380,20	291,50	364,60	347,40	323,70	345,90	337,60	313,90	>=	0
FN_max)	320,30	259,90	276,90	266,30	380,20	291,50	364,60	347,40	323,70	345,90	337,60	313,90	<=	330
WA_min)	58,60	57,04	60,04	58,25	58,17	63,78	60,49	60,59	63,31	60,67	62,51	61,03	>=	50
WA_max)	58,60	57,04	60,04	58,25	58,17	63,78	60,49	60,59	63,31	60,67	62,51	61,03	<=	65
DDT_min)	3,50	2,20	4,55	3,04	2,86	4,12	4,57	2,32	2,47	2,69	2,78	10,31	>=	0
DDT_max)	3,50	2,20	4,55	3,04	2,86	4,12	4,57	2,32	2,47	2,69	2,78	10,31	<=	4,5
STAB_min)	0,76	0,91	1,63	1,67	2,90	1,34	1,60	0,43	0,91	1,13	0,93	4,02	>=	0
STAB_max)	0,76	0,91	1,63	1,67	2,90	1,34	1,60	0,43	0,91	1,13	0,93	4,02	<=	1,6
R_min)	4,28	3,11	6,17	4,74	5,74	5,46	6,17	2,76	3,38	3,81	3,71	14,31	>=	0
R_max)	4,28	3,11	6,17	4,74	5,74	5,46	6,17	2,76	3,38	3,81	3,71	14,31	<=	6
DS_min)	50,60	101,10	67,80	53,90	47,90	66,40	58,30	95,40	87,00	74,20	80,70	18,30	>=	60
DS_max)	50,60	101,10	67,80	53,90	47,90	66,40	58,30	95,40	87,00	74,20	80,70	18,30	<=	90
EXT_min)	153,20	150,00	142,20	144,70	156,40	158,00	152,60	136,30	152,10	153,20	151,60	180,40	>=	150
EXT_max)	153,20	150,00	142,20	144,70	156,40	158,00	152,60	136,30	152,10	153,20	151,60	180,40	<=	170
R5MIN_min)	323,30	166,20	181,30	303,00	323,70	219,10	257,00	123,70	139,30	219,60	198,60	298,00	>=	0
R5MIN_max)	323,30	166,20	181,30	303,00	323,70	219,10	257,00	123,70	139,30	219,60	198,60	298,00	<=	240
R_EXT_min)	2,18	1,15	1,29	2,12	2,17	1,41	1,73	0,93	0,93	1,48	1,33	1,66	>=	1,4
R_EXT_max)	2,18	1,15	1,29	2,12	2,17	1,41	1,73	0,93	0,93	1,48	1,33	1,66	<=	1,7
RMAX_min)	502,80	204,50	238,60	428,90	496,10	311,90	356,10	132,00	164,70	284,40	256,30	488,30	>=	300
RMAX_max)	502,80	204,50	238,60	428,90	496,10	311,90	356,10	132,00	164,70	284,40	256,30	488,30	<=	420
E_min)	98,20	42,90	46,60	80,50	98,80	65,60	71,60	26,70	36,20	58,60	54,60	114,90	>=	60
E_max)	98,20	42,90	46,60	80,50	98,80	65,60	71,60	26,70	36,20	58,60	54,60	114,90	<=	85
FNo_min)	320,30	259,90	276,90	266,30	380,20	291,50	364,60	347,40	323,70	345,90	337,60	313,90	>=	260
FNo_max)	320,30	259,90	276,90	266,30	380,20	291,50	364,60	347,40	323,70	345,90	337,60	313,90	<=	330
VISK_min)	541,79	439,62	468,38	450,45	643,11	493,07	616,72	587,63	547,54	585,09	571,05	530,96	>=	320
VISK_max)	541,79	439,62	468,38	450,45	643,11	493,07	616,72	587,63	547,54	585,09	571,05	530,96	<=	700

**Slika 8** Ekranski prikaz podataka u MS Excelu korištenih za izradu modela ograničenja u modelima linearnog programiranja.

Zahtjevi pekarske industrije (**Tablica 4**) za proizvodnju peciva od 500 g predstavljaju minimalna i maksimalna ograničenja u modelu. Unesena su u desni stupac tablice na **Slici 8**.

### 3.3. KREIRANJE MODELA U MS EXCELU

#### 3.3.1. Model funkcije cilja

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1													
2	MODEL ZA OPTIMIRANJE SASTVA SMJESE U MS EXCEL-U												
3													
4	Koeficijent u FC (€/kg)	0,15	0,15	0,17	0,17	0,17	0,19	0,19	0,16	0,19	0,16	0,16	0,19
5	Varijable	LU	SA	FI	BE	RE	TE	OC	OS20	OS	SL	ZI	DI
6													
7	Rješenje (kg)	4000	2000	0	0	0	1292,24	12022,5	999,991	17367,8	1000	3000	8317,412
8													
9	Fc=	9110	€/	50000	kg								
10	MIN/MAX												
11	Fc=	0,18	€/kg	1,37	kn/kg								

**Slika 9** Ekranski prikaz dijela modela za optimiranje sastava smjese brašna u MS Excel-u

Funkcija cilja (Fc) u razvijenom modelu predstavlja zbroj umnožaka cijene kultivara (ćelije Koeficijent u FC) sa količinom kultivara (ćelije Rješenje) i izražava cijenu za 50 000 kg smjese. (**Slika 9**)

Primjer:  $0,15 \cdot 4000 + 0,15 \cdot 2000 + \dots + 0,19 \cdot 8317,412 = 9110$

Funkcija u Excelu:

$=C7 \cdot C4 + D7 \cdot D4 + E7 \cdot E4 + F7 \cdot F4 + G7 \cdot G4 + H7 \cdot H4 + I7 \cdot I4 + J7 \cdot J4 + K7 \cdot K4 + L7 \cdot L4 + M7 \cdot M4 + N7 \cdot N4$

S obzirom da se u zadatku traži smjesa od 50 t, ćelija 50 000 kg predstavlja umnožak količine pojedinih kultivara izražen funkcijom SUM (C7:N7). Dijeljenjem ćelija Fc = 9110 i 50 000 kg dobije se cijena po kilogramu od 0,18 €/kg što model preračuna u 1,37 kn/kg množeći cijenu po kilogramu s tečajem eura.

#### 3.3.2. Model ograničenja

Model ograničenja u razvijenom modelu (**Slika 10a i 10b**) predstavlja zbroj umnožaka pojedinih zahtjeva pekarske industrije (**Slika 8**) sa odgovarajućom količinom kultivara u ćelijama Rješenje (**Slika 9**).

Vrijednost minimalnog zahtjeva udjela proteina izračunava se zbrojem umnožaka udjela proteina kultivara Lucije od 12,93 % sa njenom količinom od 4000 kg te umnoškom udjela proteina kultivara Sana od 12,81 % i njene količine od 2000 kg itd. Kad se zbroje svi udjeli proteina različitih kultivara sa njihovim količinama dobije se rezultat ograničenja udjela proteina u smjesi koji iznosi 731054,85. Ono mora biti veće od umnoška zahtjeva pekarske

### 3. Eksperimentalni dio

industrije i ukupne količine smjese koji iznosi 70 000. Sljedeći red ćelija ograničenja računa se na isti način za vrijednost maksimalnog zahtjeva udjela proteina u smjesi. (Slika 10a i 10b)

OGRANIČENJA			
731054,853210	>=	700000,00000	DA
731054,85	<=	750000,00	DA
1731176,65	>=	1000000,00	DA
1731176,65	<=	1750000,00	DA
16500000,00	>=	0,00	DA
16500000,00	<=	16500000,00	DA
3074100,16	>=	2500000,00	DA
3074100,16	<=	3250000,00	DA
220668,00	>=	0,00	DA
220668,00	<=	225000,00	DA
79418,35	>=	0,00	DA
79418,35	<=	80000,00	DA
300000,00	>=	0,00	DA
300000,00	<=	300000,00	DA
3266227,37	>=	3000000,00	DA
3266227,37	<=	4500000,00	DA
7838018,26	>=	7500000,00	DA
7838018,26	<=	8500000,00	DA
10835544,40	>=	0,00	DA
10835544,40	<=	12000000,00	DA
70000,00	>=	70000,00	DA
70000,00	<=	85000,00	DA
15211642,26	>=	15000000,00	DA
15211642,26	<=	21000000,00	DA
3257669,34	>=	3000000,00	DA
3257669,34	<=	4250000,00	DA
16500000,00	>=	13000000,00	DA
16500000,00	<=	16500000,00	DA
27909756,42	>=	16000000,00	DA
27909756,42	<=	35000000,00	DA

Slika 10a Ekranski prikaz rezultata u MS Excelu

Slika 10a prikazuje rezultate u MS Excelu koji služe za provjeru valjanosti rješenja, odnosno zadovoljenja uvjeta postavljenih u modelu ograničenja.

Primjer:

$$=12,93 \cdot 4000 + 12,81 \cdot 2000 + \dots 16,44 \cdot 8317,412 = 731054,85$$

$$=14 \cdot 50\,000 = 70\,000$$

Funkcija u Excelu:

$$=C20* \$C\$7 + D20* \$D\$7 + E20* \$E\$7 + F20* \$F\$7 + G20* \$G\$7 + H20* \$H\$7 + I20* \$I\$7 + J20* \$J\$7 + K20* \$K\$7 + L20* \$L\$7 + M20* \$M\$7 + N20* \$N\$7$$

$$=P20* \$E\$9$$

Oznaka za dolar (\$) predstavlja apsolutnu referencu na ćeliju u formuli npr. oznaka u formuli \$C\$7 ostatak će ista ako se promjeni položaj ćelije. Kopiranjem navedene formule po recima ili stupcima apsolutna referenca se neće prilagoditi već će ostati ista što omogućava brži način rada u programu.

MODEL ZA OPTIMIRANJE SASTAVA SMIESE U MS EXCEL-U													
Koeficijent u FC (€/kg)	LU	SA	FI	BE	RE	TE	OC	OS20	OS	SL	ZI	DI	
Rješenje (kg)	4000	2000	0	0	0	1292,24	12022,5	999,991	17367,8	1000	3000	8317,412	
MIN/MAX	FC= 9110	€/	50000	kg									
FC=	0,18	€/kg	1,37	kg/kg									

OGRAIČENJA													
	LU	SA	FI	BE	RE	TE	OC	OS20	OS	SL	ZI	DI	
p_min	12,93	12,81	14,07	14,21	14,06	15,20	14,70	13,70	14,50	13,55	13,84	16,44	>= 14
Wg_min	27,66	28,38	30,60	33,43	30,38	35,24	35,24	34,53	36,44	32,72	34,69	34,91	<= 35
FN_min	320,30	259,90	276,90	266,30	380,20	291,50	364,60	347,40	323,70	345,90	337,60	313,90	>= 0
WA_min	58,60	57,04	60,04	58,25	58,17	63,78	60,49	60,59	63,31	60,67	62,51	61,03	>= 50
DOT_min	3,50	2,20	4,55	3,04	2,86	4,12	4,57	2,32	2,47	2,69	2,78	10,31	>= 0
STAB_min	0,76	0,91	1,63	1,67	2,90	1,34	1,60	0,43	0,91	1,13	0,93	4,02	>= 0
r_min	4,28	3,11	6,17	4,74	5,74	5,46	6,17	2,76	3,38	3,81	3,71	14,31	>= 0
DS_min	50,60	101,10	67,80	53,90	47,90	66,40	58,30	95,40	87,00	74,20	80,70	18,30	>= 60
EKT_min	155,20	150,00	142,20	144,70	156,40	135,00	152,60	136,30	152,10	153,20	151,60	180,40	>= 150
RSMIN_min	323,30	166,20	181,30	303,00	323,70	219,10	237,00	123,70	139,30	219,60	198,60	298,00	>= 0
R_EXT_min	2,18	1,15	1,29	2,12	2,17	1,41	1,73	0,93	0,93	1,48	1,33	1,66	>= 1,4
RMAX_max	502,80	204,50	238,60	428,90	496,10	311,90	356,10	132,00	164,70	284,40	256,30	488,30	<= 300
E_max	98,20	42,90	46,80	80,50	98,60	65,80	71,60	26,70	36,20	58,60	54,60	114,90	>= 60
FNO_min	320,30	259,90	276,90	266,30	380,20	291,50	364,60	347,40	323,70	345,90	337,60	313,90	<= 260
VISK_max	541,79	439,62	468,38	450,45	643,11	495,07	616,72	587,63	547,54	585,09	571,05	530,96	>= 320

Slika 10b Ekranški prikaz izračuna rezultata optimiranja

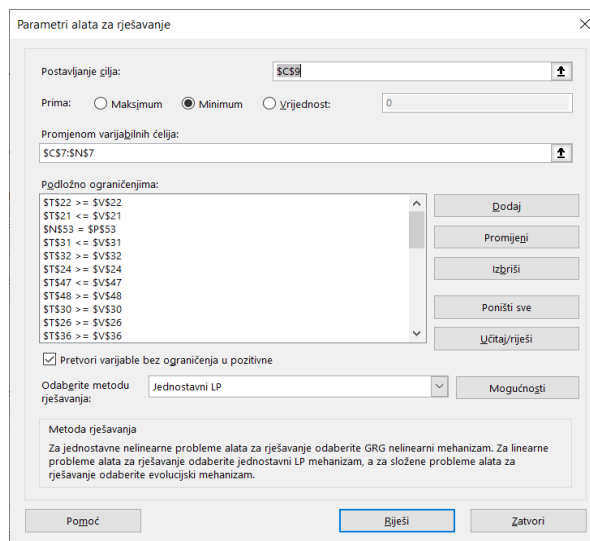
Svaki idući par ćelija (Slika 10a) predstavlja sljedeći zahtjev pekarske industrije tj. ograničenje modela koje se rješava po istom primjeru.

### 3.3.3. Unošenje podataka u dodatak za optimiranje *Solver*

Izračunate vrijednosti funkcije cilja i ograničenja unose se u dodatak za optimiranje u MS Excelu, *Solver* koji rješava zadatak linearnim programiranjem.

Sljedeći korak je kombinacija kultivara s ciljem dobivanja najjeftinije ili najskuplje recepture. Ako želimo dodati u smjesu 5000 kg kultivara Lucije, u izborniku podaci odaberemo Alat za rješavanje.

Pritom se otvara dijaloški okvir za unos ograničenja sa već zadanom funkcijom cilja i ograničenjima prikazan na **Slici 11**.



**Slika 11** Ekranski prikaz dijaloškog okvira za unos ograničenja u dodatku *Solver*

Odaberemo tražimo li minimum ili maksimum funkcije cilja. Dodamo ograničenja željenih kultivara odabirom gumba Dodaj kojim se otvara novi prozor prikazan na **Slici 12**.

MODEL ZA OPTIMIRANJE SASTVA SMJESE U MS EXCEL-U													
Koeficijent u FC (€/kg)	0,15	0,15	0,17	0,17	0,17	0,19	0,19	0,16	0,19	0,16	0,16	0,16	0,19
Varijable	LU	SA	FI	BE	RE	TE	OC	OS20	OS	SL	ZI	DI	
Rješenje (kg)	11049	278,7633	0	0	0	0	0	0	0	0	31617,7	7054,514	
FC=	8098,36	€/	50000	kg									
MIN/MAX	FC=	0,16	€/kg	1,22	kn/kg								

Dodavanje ograničenja			
Referenca ćelije:	Ograničenje:		
\$C\$7	>=		
<input type="button" value="U redu"/> <input type="button" value="Dodaj"/> <input type="button" value="Odustani"/>			

**Slika 12** Ekranski prikaz prozora za unos ograničenja u dijaloški okvir u dodatku *Solver*



Odabirom na gumb Dodaj u referencu ćelije doda se željeni kultivar u modelu što je u ovom slučaju kultivar Lucija. Potrebno je definirati imamo li toga kultivara  $\geq$  u smjesi ili  $\leq$  u smjesi. (Slika 12)

Slika 13 prikazuje tablice ograničenja količine kultivara koje su izrađene u MS Excelu radi lakšeg dodavanja ograničenja u dodatak *Solver*.

LU	$\geq$	5000	LU	$\leq$	5000
SA	$\geq$	8000	SA	$\leq$	5000
FI	$\geq$	5000	FI	$\leq$	5000
BE	$\geq$	5000	BE	$\leq$	5000
RE	$\geq$	1000	RE	$\leq$	5000
TE	$\geq$	2000	TE	$\leq$	5000
OC	$\geq$	2000	OC	$\leq$	5000
OS20	$\geq$	1000	OS20	$\leq$	5000
OS	$\geq$	1000	OS	$\leq$	5000
SL	$\geq$	1000	SL	$\leq$	5000
ZI	$\geq$	5000	ZI	$\leq$	5000
DI	$\geq$	3000	DI	$\leq$	5000

Slika 13 Ekranski prikaz tablica ograničenja količine kultivara u MS Excel-u

### 3. Eksperimentalni dio

Ekranski prikaz dodanog ograničenja od 5000 kg kultivara Lucije prikazano je na **Slici 14** sa lijeve strane. Odabirom gumba Dodaj, dodano ograničenje prikazuje se u dijaloškom okviru dodatka *Solver* čiji je ekranski prikaz na **Slici 14** sa desne strane.

Pritiskom na gumb Riješi model rješava zadatak linearnim programiranjem u cilju minimalne odnosno najjeftinije recepture. Odabirom na maksimalnu vrijednost funkcije cilja model će riješiti zadatak pronalazeći najskuplju recepturu.

The image shows two screenshots from the Microsoft Excel Solver interface. The left screenshot, titled 'Dodavanje ograničenja' (Adding Constraints), shows a dialog box with 'Referenca ćelije:' set to '\$C\$7' and 'Ograničenje:' set to '=\$E\$5\$'. Below the input fields is a table of constraints. The right screenshot, titled 'Parametri alata za rješavanje' (Solver Parameters), shows the 'Postavljanje cilja:' set to '\$C\$9', 'Prima:' set to 'Minimum', and 'Promjenom varijabilnih ćelija:' set to '\$C\$7:\$N\$7'. The 'Pgdložno ograničenjima:' list includes '\$C\$7 <= \$E\$5\$' and other constraints. The 'Metoda rješavanja:' is set to 'Jednostavni LP'.

Referenca ćelije:	Ograničenje:
\$C\$7	=\$E\$5\$

LU	<=	5000	LU	>=	5000
SA	<=	5000	SA	>=	8000
FI	<=	5000	FI	>=	5000
BE	<=	5000	BE	>=	5000
RE	<=	5000	RE	>=	1000
TE	<=	5000	TE	>=	2000
OC	<=	5000	OC	>=	2000
OS20	<=	5000	OS20	>=	1000
OS	<=	5000	OS	>=	1000
SL	<=	5000	SL	>=	1000
ZI	<=	5000	ZI	>=	5000
DI	<=	5000	DI	>=	3000

**Slika 14** Ekranski prikaz dodavanja podatka o količini i njegovog ograničenja u modelu u dijaloški okvir dodatka *Solver*

Svaki sljedeći kultivar odabiremo po vlastitom izboru i dodajemo u dijaloški okvir na isti način. Kad je ograničenje jednom dodano potrebno je samo mijenjati količinu kultivara u tablicama prikazanim na **Slici 13** te u dijaloškom okviru odabrati gumb Riješi da bi model riješio zadatak.

---

## **4. REZULTATI I RASPRAVA**

---

## 4.1. OPTIMIRANJE SASTAVA SMJESE BRAŠNA ZA PECIVO MASE 500 GRAMA

U ovome radu ograničenja su postavljena prema mogućim situacijama u silosu. Uvjet je da ukupna smjesa kultivara pšenice koja čini smjesu brašna potrebnu za izradu peciva mase 500 grama mora iznositi 50 tona. Cilj je pronalaženje najjeftinije i najskuplje recepture smjese brašna uz poštivanje zadanih ograničenja u razvijenom matematičkom modelu. Rezultati svih simulacija prikazani su u tablicama. Tablice prikazuju cijenu konačne smjese za svaku simulaciju (**Tablica 8a i 9a**), dostupne količine pojedinih kultivara u silosu (**Tablica 7**) i konkretne mase kultivara koji čine smjesu (**Tablica 8b i 9b**).

Maksimalne raspoložive količine u 12 ćelija u silosu, nakon žetve, za sve su kultivare bile 1500 tona. **Tablica 7** prikazuje 10 različitih simulacija dostupnih količina pojedinih kultivara u silosu u određenom dijelu godine. Za tih 10 simulacija matematički model je izračunao maksimalne i minimalne troškove proizvodnje brašna za pecivo mase 500 grama prikazane u **Tablici 8a i 9a**, uz zadovoljene minimalne i maksimalne zahtjeve industrije. **Tablice 8b i 9b** prikazuju sastav smjese brašna pojedinih kultivara za najniže ili najviše troškove proizvodnje brašna za pecivo mase 500 grama.

**Tablica 7** Raspoložive količine brašna koje zadovoljavaju minimalne i maksimalne zahtjeve industrije

R.br.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	M (t)	M (t)	M (t)	M (t)	M (t)	M (t)	M (t)	M (t)	M (t)	M (t)
<b>LU</b>	10	10	10	5	5	1	0	10	0	5
<b>SA</b>	20	10	10	5	5	1	0	2	0	5
<b>FI</b>	0	15	10	5	0	1	0	1	0	5
<b>BE</b>	0	0	5	5	0	1	0	1	0	5
<b>RE</b>	0	0	0	5	0	1	0	1	0	5
<b>TE</b>	0	0	0	0	0	1	14	5	0	5
<b>OC</b>	0	0	0	0	0	1	14	5	0	5
<b>OS20</b>	0	0	0	0	5	1	0	5	0	3
<b>OS</b>	0	0	0	0	0	1	13	1	10	3
<b>SL</b>	0	0	0	0	5	1	0	2	5	3
<b>ZI</b>	0	0	0	0	5	1	0	12	20	3
<b>DI</b>	0	0	0	0	0	1	5	5	5	3

#### 4. Rezultati i rasprava

**Tablice 8b i 9b** prikazuju rezultate sastava smjese brašna riješene matematičkim modelom, a rezultati minimalnih (Fc MIN) ili maksimalnih (Fc MAX) troškova za pripremu 50 t smjese brašna prikazani su u **Tablici 8a i 9a**. U **Tablici 10** prikazana je razlika minimalnih i maksimalnih troškova proizvodnje smjese brašna uz zadovoljenje minimalnih i maksimalnih zahtjeva industrije za pecivo mase 500 grama odnosno ušteda koju omogućuje optimiranje sastava smjese.

**Tablica 8a** Izračunati minimalni troškovi (€) za proizvodnju smjese brašna koji zadovoljavaju minimalne i maksimalne zahtjeve industrije

Fc	$0.15LU + 0.15SA + 0.17FI + 0.17BE + 0.17RE + 0.19TE + 0.19OC + 0.16OS20 + 0.19OS + 0.16SL + 0.16ZI + 0.19DI$									
R.br.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Fc MIN</b>	8259	8301	8255	8207	8129	8179	9340	8390	8350	8530

**Tablica 8b** Izračunate količine brašna za proizvodnju smjese brašna uz minimalne troškove koje zadovoljavaju minimalne i maksimalne zahtjeve industrije

R.br.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>
<b>LU</b>	10	10	10	5	5	5,7	1	10	7,8	5
<b>SA</b>	20	10	10	5	5	1	3	2	2,2	5
<b>FI</b>	0	15	10	5	0	1	0	1	0	5
<b>BE</b>	0	0	5	5	0	1	0	1	0	5
<b>RE</b>	0	0	0	5	0	1	0	1	0	5
<b>TE</b>	8,7	5,2	2,6	0	0	1	14	5	0	5
<b>OC</b>	0	0	0	0	0	1	14	5	0	5
<b>OS20</b>	0	0	0,2	0	5	1	0	5	0	3
<b>OS</b>	0	0	0	0	0	1	13	1	10	3
<b>SL</b>	0	0	0	0	5	1	0	2	5	3
<b>ZI</b>	1,3	3,3	4,6	19,8	22,4	31,1	0	12	20	3
<b>DI</b>	10	6,5	7,6	5,2	7,6	4,2	5	5	5	3

#### 4. Rezultati i rasprava

**Tablica 9a** Izračunati maksimalni troškovi (€) za proizvodnju smjese brašna koji zadovoljavaju minimalne i maksimalne zahtjeve industrije

R.br.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Fc</b>	<b>0.15LU + 0.15SA + 0.17FI + 0.17BE + 0.17RE + 0.19TE + 0.19OC + 0.16OS20 + 0.19OS + 0.16SL + 0.16ZI + 0.19DI</b>									
<b>Fc MAX</b>	8300	8400	8400	8800	8650	9270	9372	8390	8588	8530

**Tablica 9b** Izračunate količine brašna za proizvodnju smjese brašna uz maksimalne troškove koje zadovoljavaju minimalne i maksimalne zahtjeve industrije

R.br.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>	<b>M (t)</b>
<b>LU</b>	10	10	10	5	5	1	2,4	10	0	5
<b>SA</b>	20	10	10	5	5	1	0	2	0	5
<b>FI</b>	0	15	10	5	0	1	0	1	0	5
<b>BE</b>	0	0	5	5	0	1	0	1	4,9	5
<b>RE</b>	0	0	0	5	0	1	1,6	1	3,2	5
<b>TE</b>	10,3	9,2	7,7	19,3	23,3	27,6	14	5	0	5
<b>OC</b>	0	0	0	0	0	1	14	5	1,9	5
<b>OS20</b>	0	0	0	0	5	1	0	5	0	3
<b>OS</b>	0	0	0,5	2,6	0	7,6	13	1	10	3
<b>SL</b>	0	0	0	0	5	1	0	2	5	3
<b>ZI</b>	0	0	0	0	5	1	0	12	20	3
<b>DI</b>	9,7	5,8	6,8	3,1	1,7	5,8	5	5	5	3

**Tablica 10** Troškovi za pripravu različitih kombinacija kultivara u smjesi i moguće razlike (€)

R.br	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Fc MIN</b>	8259	8301	8255	8207	8129	8179	9340	8390	8350	8530
<b>Fc MAX</b>	8300	8400	8400	8800	8650	9270	9372	8390	8588	8530
<b>RAZLIKA</b>	41	99	145	593	521	1091	32	0	238	0

U **Tablici 7** prikazano je 10 simulacija. Svaki stupac u tablici označava jednu simulaciju.

U prvoj simulaciji za optimiranje sastava smjese brašna odabrana su dva najjeftinija kultivara Lucija i Sana. Matematički model nije izračunao sastav smjese brašna izrađen od dva navedena kultivara pšenice jer nije moguće zadovoljiti udio proteina od 14% kombinacijom kultivara sa udjelom proteina 12,93% (kultivar Lucija) i 12,81% (kultivar Sana). Zbog toga je, kako bi nadoknadio nedostatak proteina u smjesi, matematički model dodao u smjesu kultivare Tenu, Žitarku i Divanu koji sadrže veći udio proteina. Navedena simulacija nalazi se u **Tablici 8b** i izračunata je za minimalne troškove proizvodnje uz zadovoljenje minimalnih i maksimalnih zahtjeva pekarske industrije. Za iste uvjete izračunata je receptura za maksimalne troškove proizvodnje u **Tablici 9b**, a matematički model je dodao Tenu i Divanu kako bi nadoknadio nedostatak proteina u smjesi brašna. Minimalni troškovi proizvodnje smjese brašna iznose 8259 €, a maksimalni 8300 € za 50 tona smjese brašna. Ušteda koju omogućuje optimiranje je 41 €.

Do pete simulacije svakoj je idućoj smjesi brašna pridodan dodatni kultivar pšenice iz idućeg reda tablice (**Tablica 7**) u cilju izrade recepture od izabranih kultivara pšenice. Matematički model je u svakoj simulaciji morao dodati druge kultivare kako bi zadovoljio minimalne i maksimalne zahtjeve pekarske industrije. Dodani kultivari su Divana, Žitarka i Tena (**Tablica 8b i 9b**). Simulacija sastava smjese sa najviše dodanih kultivara ostvarila je uštedu od 593 € (**Tablica 10**).

Kombinacijom smjese brašna od najjeftinijih kultivara pšenice u petoj simulaciji gdje recepturu čini 5 tona Lucije, Sane, Osječke 20, Slavonije i Žitarke ostvareni su minimalni troškovi proizvodnje od 8129 € (**Tablica 8a**). Za izračun recepture matematički model je dodao 22,4 tone Žitarke i 7,6 tona Divane kako bi zadovoljio zahtjeve pekarske industrije (**Tablica 8b**). Kod izračuna recepture za maksimalne troškove proizvodnje (**Tablica 9a**) matematički model je dodao 23,3 tona Tene i 1,7 tona Divane uz maksimalne troškove proizvodnje (**Tablica 9b**) za 50 tona smjese brašna od 8800 €. Razlika između minimalnih i maksimalnih troškova je 521 € (**Tablica 10**).

U šestoj simulaciji matematičkom modelu je zadano da smjesu brašna čini 1 tona svakog pojedinog kultivara pšenice. Matematički model u cilju izračuna najjeftinije recepture smjese brašna dodaje umjesto zadane količine 5,7 tona Lucije, 31,1 tonu Žitarke i 4,2 tone Divane (**Tablica 8b**) uz minimalne troškove proizvodnje od 8179 € (**Tablica 8a**). Za izračun najskuplje recepture matematički model dodaje u smjesu 27,6 tona Tene, 7,6 tona Osječanke i 5,8 tona Divane (**Tablica 9b**) uz maksimalne troškove proizvodnje od 9270 € (**Tablica 9a**). Ostvarena ušteda je 1091 € (**Tablica 10**).

Kombinacijom smjese brašna od najskupljih kultivara pšenice prikazanih u sedmoj simulaciji (**Tablica 7**) recepturu čini 14 tona Tena, 14 tona OS Crvenke, 13 tona Osječanke i 5 tona Divane. Matematički model kako bi zadovoljio minimalne i maksimalne zahtjeve pekarske industrije za izračun minimalnih troškova proizvodnje dodaje 1 tonu Lucije i 3 tone Sane (**Tablica 9b**). Minimalni troškovi proizvodnje iznose 9340 € (**Tablica 8a**). Za izračun maksimalnih troškova proizvodnje uz zadovoljenje minimalnih i maksimalnih zahtjeva pekarske industrije matematički model dodaje 2,4 tone Sane i 1,6 tona Renate (**Tablica 9b**). Maksimalni troškovi proizvodnje iznose 9372 € (**Tablica 9a**). Ukupna razlika minimalnih i maksimalnih troškova proizvodnje je 32 € (**Tablica 10**).

U devetoj simulaciji za izradu smjese brašna odabrana su zadnja 4 kultivara u tablici (**Tablica 8**). Matematički model je dodao druge kultivare kako bi zadovoljio minimalne i maksimalne zahtjeve pekarske industrije (**Tablica 8b i 9b**). Ukupna razlika minimalnih i maksimalnih troškova proizvodnje je 238 € (**Tablica 10**).

Osma i deseta simulacija u **Tablici 7** prikazuju smjesu brašna od točno zadane količinu kultivara pšenice. Matematički model je izračunao najjeftiniju i najskuplju recepturu brašna uz zadovoljenje minimalnih i maksimalnih zahtjeva pekarske industrije od zadanih kultivara. Nema razlike između minimalnih i maksimalnih troškova proizvodnje (**Tablica 10**). Troškovi proizvodnje izračunati za minimalnu i maksimalnu cijenu su jednaki i iznose 8390 € i 8530 € (**Tablica 9a i 8a**).

Najskuplja receptura za minimalne troškove proizvodnje uz zadovoljenje minimalnih i maksimalnih zahtjeva pekarske industrije iznosi 9340 €, a najjeftinija 8129 €. Sukladno tome, najskuplja receptura za maksimalne troškove proizvodnje iznosi 9372 €, a najjeftinija 8300 €. Optimiranje omogućuje najveću uštedu od 1091 € (**Tablica 10**).



---

## **5. ZAKLJUČCI**

---

Na osnovi rezultata istraživanja provedenih u ovom radu, mogu se izvesti sljedeći zaključci:

1. U MS Excelu je izrađen model za optimiranje sastava smjese brašna proizvedenog od 12 raspoloživih kultivara pšenice širokog raspona kakvoće, za izradu 50 t peciva mase 500 g.
2. Predloženi sastavi smjese zadovoljavaju najniže i najviše zahtijevane vrijednosti pojedinih parametara za industrijsku proizvodnju peciva mase 500 g kao i zahtjeve proizvođača za pecivo mase 500 g.
3. Trošak za pripravu najjeftinije recepture koja zadovoljava sve zahtjeve proizvođača peciva je 8129 €/50 t. Najskuplja receptura koja zadovoljava sve zahtjeve proizvođača peciva je 9340 €/50 t. Optimiranje omogućuje uštedu od 1211 € na 50 t proizvedene smjese brašna.
4. Cjenovno skuplji kultivari pšenice imaju veći sadržaj proteina od jeftinijih kultivara pšenice. Kod kombinacije kultivara pšenice nižeg sadržaja proteina za optimiranje sastava smjese brašna, matematički model nadoknađuje nedostatak proteina u smjesi dodatkom kultivara pšenice većeg sadržaja proteina kao što su Divana i Tena.
5. Ukoliko je matematičkom modelu zadana količinu kultivara kojeg treba biti manje ili jednako u smjesi brašna matematički model može i ne mora dodati taj kultivar u smjesu.
6. Ukoliko je matematičkom modelu zadana količina kultivara kojeg treba biti više ili jednako u smjesi brašna, matematički model će taj kultivar dodati u smjesu.
7. Matematički model neće moći izračunati sastav smjese brašna ako zadani kultivari sadrže niže vrijednosti određenog parametra od zadanih koje zahtjeva pekarska industrija. Za zadovoljenje minimalnih i maksimalnih uvjeta pekarske industrije matematički model će dodati drugi kultivar kako bi nadoknadio nedostatak određenog parametra (proteini, vlažni gluten...).
8. Ako u matematičkim modelima kultivare pšenice ograničimo na maksimalne dopuštene količine u smjesi, količina smjese uvijek mora biti 50 t jer je to ograničenje zadano u svakom modelu. Matematički model izračunati će rješenje za ukupnu količinu zadanih kultivara. Ako se ograniči svih 12 kultivara na 1 t model neće izračunati recepturu za zadanu količinu smjese od 50 t već za 12 t brašna.

9. Optimiranje sastava smjese brašna osigurava financijsku uštedu i omogućava proizvodnju namjenskog brašna za pojedine industrijske proizvode. Smjesa se priprema u mlinovima i u pekare dolazi već pripremljena prema traženim zahtjevima.
10. MS Excel omogućuje izradu matematičkog modela primjenom linearnog programiranja putem programskog dodatka *Solver*, ali ovaj linearni algoritam nema raspoloživi skup dopustivih rješenja za sve kombinacije ograničenja.

---

## **6. LITERATURA**

---

Jandrić, M: *Agrofortifikacija pšenice cinkom*. Diplomski rad. Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku, Poljoprivredni fakultet, 2015.

Kljusurić, S: *Uvod u tehnologiju mljevenja pšenice*. Prehrambeno tehnološki fakultet Sveučilište J.J. Strossmayera, Osijek, 2000.

Kozumplik V, Pejić I: *Oplemenjivanje poljoprivrednog bilja u Hrvatskoj*. Sveučilište u Zagrebu, Agronomski fakultet, Zagreb, 2012.

Lukačević A: *Linearno programiranje*. Diplomski rad. Sveučilište u Zagrebu. Prirodoslovno-matematički fakultet. Zagreb. 2019.

Magdić D: *Numeričke metode – treće dopunjeno izdanje*. Prehrambeno-tehnološki fakultet Osijek, Osijek, 2022.

MP Ministarstvo poljoprivrede: *Pravilnik o parametrima kvalitete i kvalitativnim klasama pšenice u otkupu pšenice*. Narodne Novine 18/05, 2018.

Neralić, L: *Uvod u matematičko programiranje 1*. ELEMENT, Zagreb, 2003.

Poljoprivredni institut Osijek: *Catalogue Varieties & Hybrids*. Katalog. Osijek, 2023.

Rendulić, N: *Primjena linearnog programiranja u strojarstvu*. Završni rad. Veleučilište u Karlovcu. Strojarski odjel. Karlovac. 2020.

Španić, V: *Pšenica*. Poljoprivredni institut u Osijeku, Osijek, 2016.